銀河における散逸構造　ー渦状腕構造ー

野桜　俊也　（北大・理）

§1．序論

渦巻き（スパイラル）銀河は大きく分けると星とガスから成り立っており、ガス成分は質量では全質量の10%足らずである。しかし、そもそも写真で渦巻き状に見えるのは明るく輝く若い星であり、これは星間ガスから星が生まれる星の生成領域が渦巻状のパターンを作っていることを示している。つまり、銀河全体の進化や構造を考える上で最も重要な過程は、星間ガスが担っているのである。ところで、星やガスは銀河中心のまわりを銀河中心からの距離によって異なる角速度で回転している（微分回転という）ことが観測からわかっており、“物”（星、ガス）の分布はこのSHEARによっていつもねじられている。もしも、渦状腕構造がこのような“物”のねじれを直接示しているのならば、宇宙年齢の間には何十回も巻き付いてしまうはずであるが、現実はそうなってはいない。従って渦状腕はなんらかの“波”としてのパターンでなければならない。

このような“波”を作る理論として最もスタンダードなものは、いわゆる密度波＋銀河衝撃波モデルである。上に述べた様に、銀河の力学的構造は星の系の自己重力と回転によって決っているが、この星の分布の歪み（5%程度）が渦状構造をもつ“波”として伝搬していると考えるのが密度波理論である。ガスはポテンシャルの歪みに大きく反応して（銀河衝撃波）星形成過程を引き起こすのである。この理論は『重力が第一原因となって構造がつくられている』という点で、宇宙物理学においては星から超銀河団にいたるまで支配的な考え方である。

しかしながら、我々は星間ガスの構造は重力に依らなくてもつくることができると考えている（反重力主義）。ガスと一口に言っても、じつは冷たいCLOUD状ガスや熱いDIFFUSEなガス等いくつかの相からなっている。それらは超新星（これはガス系からみれば外部駆動力）によってSWEEPされたりEVAPORATEされることにより相変化（反応）を起こしていると考えられており、また空間的にはCLOUD状ガスの無秩序運動で代表されるような局所的（銀河半径の1／100スケール）伝搬（拡散）によって周囲の局所系とつながっている。従って、星間ガス系の進化は多成分ー反応ー拡散方程式で表される。このように平衡から遠く離れた非線形系では［散逸構造］と呼ばれる時間・空間構造が生じることが知られているが、銀河の渦状腕も散逸構造の一種ではないかというのが我々の主張である。

それでは先に述べた事実〈銀河の力学的構造は重力によって決っており、“物”は銀河中心のまわりに微分回転をしている〉はどうなるのだろうか？　ここで、この事実から直ちに〈密度波が存在する〉とは言えないことに注意しなければならない。つまり密度波が存在するためにはいくつかの条件を満足しなければならず、又、波の減衰や起源という古くからある理論的問題も完全には解決されていない。そこで、密度波が存在しない場合を考えると、

重力は銀河円盤の回転を決めているという効果を通じてのみ散逸構造に影響を与えることになる。このとき、我々の問題は『銀河円盤の微分回転があるとき散逸構造の考え方で波としての渦状腕構造がつくれるか？』に帰着する。以下、この問題について報告するが、これはより一般的な言い方をすれば、SHEARが入った場合のパターン形成の問題であり、将来、スパイラル銀河に限らず天体物理に類似の問題が出てくるのではないかと期待している。

§2．モデル方程式

a)モデル

星間物質（Inter Stellar Medium)の相変化を表す反応項は、本来多数のパラメーターを含む積分・微分方程式系であるが、ここではできる限り単純なモデルにより渦状腕形成のメカニズムを知るという方針を採る。モデル反応ー拡散ー方程式を立てるために用いた仮定をまとめると、

(i) ISMの進化は2つの代表的な成分で表される。銀河半径の1／100程度の局所系の密度を $\rho_i(\underset{\sim}{r}、t)(i=1,2)$とする

(ii) ISMの相変化（反応）は$\rho_1-\rho_2$面上でリミット・サイクルをもつ

(iii) ISMの伝搬は拡散行列　diag(D,D)で表される

(iV) 銀河円盤は2次元で無限遠まである（銀河中心を原点とする極座標(r,θ))

(V) 円盤の回転則は$V(r)=\text{const.}=V_0$の微分回転とする。

さらに、仮定(ii)を満たす反応として、化学反応でよく使われるλ－ω systemを考えよう。

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\rho'_1\\ \rho'_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\lambda(\rho') & \omega(\rho')\\ -\omega(\rho') & \lambda(\rho')\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\rho'_1\\ \rho'_2\end{pmatrix}\qquad(1)$$

ここで、$\rho_i'(\underset{\sim}{r}、t)=\rho_i(\underset{\sim}{r}、t)-\rho_{i0}$ は相空間で反応の定常点から測り直した密度、$\rho'=(\rho_1'^2+\rho_2'^2)^{1/2}$ である。

$$\lambda(\rho')=\delta-q_1\rho'^2\qquad \delta>0,\quad q_1>0$$
$$\omega(\rho')=\quad q_2\rho'^2\qquad(2)$$

とすると、$W(\underset{\sim}{r},t)=\rho_1'(\underset{\sim}{r}、t)+i\,\rho_2'(\underset{\sim}{r}、t)$ $(i^2=-1)$で書けば、(1),(2)は自明な不安定解W=0の他に

$$W=(\delta/q_1)^{1/2}\exp(i\delta q_2 t/q_1)\qquad(3)$$

という安定なリミット・サイクル解をもつ。

仮定(i)～(V)を合わせると我々の解くべき方程式は

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{V\,\partial}{r\,\partial\theta}\right)W-\nabla^2W+(1-iQ)\,|W|^2W-W=0 \quad (4)$$

となる。但し、t,r,Wは適当にnormalizeし直した。ここで、(4)はたった2つのパラメーター Q,V しか含まないことに注目したい。$Q=q_2/q_1$は反応の性質を表し、小さいほどリミット・サイクルが安定となる。$V=(V_0^2/D\delta)^{1/2}$は反応一拡散項に対する微分回転の大きさを表している。(4)はV=0のときスパイラル解をもつことが知られている。結局、我々の問題はV≠0のときに(4)のスパイラル解を求めることに帰着したわけであるが、その前に(4)の漸近解について述べておく必要がある。

b)漸近解(r→∞)とその安定性

(4)は r→∞ では微分回転及び曲率の項が無視でき、平面波解の1パラメーター(k)族を持つ。

$$W_0 = W_0'\exp i(\underset{\sim}{k}\cdot\underset{\sim}{r}-\omega t)$$
$$|W_0'|^2 = 1-k^2 \qquad k=|\underset{\sim}{k}| \quad (5)$$
$$\omega = -Q\,|W_0'|^2 = -Q(1-k^2) \qquad 0<k<1$$

これは線形反応項による突っ立ちと、拡散項による平滑化のつりあいによって生じている構造で、$\underset{\sim}{k}=0$がリミット・サイクル解(3)に対応し、kが大きくなるに従って(k↑1)振幅は小さくなる($|W_0'|\downarrow 0$)。

漸近解(5)の安定性を線形安定性解析によって調べると、

$$k^2>k_c^2=1/(3+2Q^2) \quad \text{だと不安定} \qquad (6)$$

であることがわかる(e.g.,Kuramoto,1984)。これは振幅が大きくリミット・サイクルに近い解ほど安定であろうという直観と一致している。

§3. スパイラル解とその安定性

a) スパイラル解

(4)のスパイラル解を求めるのに

$$W(r,\theta,t)=R(r)\exp i(\psi(r)+m\theta-\omega t) \qquad (7)$$

とおき、実関数 R(r)、ψ(r)について解く。mはスパイラルの腕の数、ωは剛体回転の角速度である。境界条件として、銀河中心でregular、無限遠では§2b)の漸近解につながるという条件をおく。

$$(\text{B.C.})\,r=0 \qquad \text{regular} \qquad \therefore\ R(r)=R_m r^m+\cdots$$
$$(\text{B.C.})\,r\to\infty \qquad R(r)\to R_\infty=\text{const.}$$
$$|\psi_r(r)|\to k=\text{const.} \qquad (8)$$

ここで、$\omega = -Q(1-k^2)$、$R_\infty{}^2 = 1-k^2$でなければならない（(5)参照）。従って、この渦状腕はrの大きいところでは必ずアルキメデス・スパイラルとなっている。(7)を(4)に代入すると最終的な解くべき方程式は

$$R_{rr} + \frac{1}{r}R_r - R\left(\psi_r{}^2 + \frac{m^2}{r^2}\right) + R - R^3 = 0$$

$$\psi_{rr} + \frac{1}{r}\psi_r + 2\left(\frac{R_r}{R}\right)\psi_r + Q\{R^2 - (1-k^2)\} - \frac{mV}{r} = 0 \tag{9}$$

となる。Q,V,m,k を与えR_mをshooting parameter としてr=0から解いていき、(8)を満たす解があるかどうかを調べる。

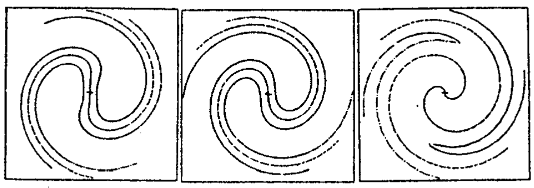

Fig.1　剛体回転するスパイラル解の例。
m=1,Q=1.0,k=0.8,V=0.0(a),-0.5(b),
-3.0(c)。

このようにして得られたスパイラル波の例がFig.1である。(7)のように仮定して解が求まったということは、微分回転があっても剛体回転するスパイラル波が存在することを示している。V=0でもスパイラル構造は存在するがV≠0を巻き付く方向(V<0)に入れると微分回転のきつい内側の方では特にきつく巻いた構造になることがわかる。これは物理的には、微分回転によって等高線を巻き込もうとする効果と拡散によって直線的に伸びようとする効果のつりあいによって生じているパターンと考えられる。逆にV>0の回転を入れると中心部でスパイラルがほどけてくるのがみえる。

Q,V,mを決めると漸近解と同様に解の1パラメーター(k)族が存在するが、スパイラルになるとあるk_0より小さい解は存在しない。つまり$0<k_0<k<1$ のみが許される。Fig.2 にm=1のと

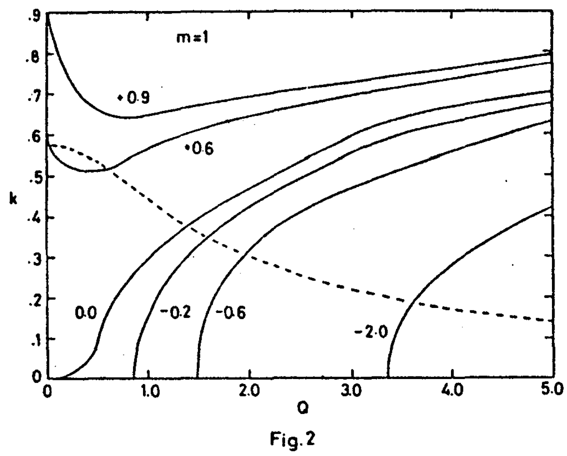

Fig.2　スパイラル解の存在領域。解は実線の$k=k_\theta$線と$k=1$との間でのみ存在する。実線についている数字はVの値を示す。点線は(6)式の$k=k_c$を表わす（これより上では不安定）。

きVを変えた場合の$k=k_\theta$線が示してある（m=2でも本質的には同じ図）。この図で重要なのは、$V<0$であるほど$k=k_\theta$線が下にあるということだが、これは巻き込む方向の微分回転を入れるほど解が存在し易くなることを示している。

b)　スパイラル解の安定性

Hagan(1982) はV=0の場合のスパイラル解の安定性を調べ、

m＝1　　$k_\theta^2 < k^2 < k_c^2 = 1/(3+2\Omega^2)$　なら安定

m≧2　　不安定

という結論を得ている。これでは2本腕の銀河を説明できないが、微分回転$V\neq0$により安定性が変わっているのではないだろうか？　そこで、得られたスパイラル解の安定性を線形安定性解析により調べ、Fig.3 の結果を得た。図には摂動量を$\propto\exp(\Omega t)$と書いたときの$\mathrm{Re}(\Omega)$のmax（モード、境界条件を変えて）をプロットした。巻き込む方向($v<0$)の微分回転を入れると安定化されるということがわかる。この結果はFig.4のようにパターン回転系にのって等高線の摂動を考えれば理解することができる。もしスパイラルが主として微分回転と拡散のつりあいでできているのならば、等高線を少し回転方向にずらすと微分回転による巻き込みの大きさは変わらないのに、拡散により直線になろうとする効果はきつく曲がっているので大きくなる。その結果拡散が打ち勝って元に戻るのである。

以上、a)、b)をまとめて§1の問題に答えると、『重力によるshearは散逸構造のパターンを破壊するわけではなく、むしろその安定化（$v<0$の場合）に一役かっている』と言うことができよう。

Fig.3

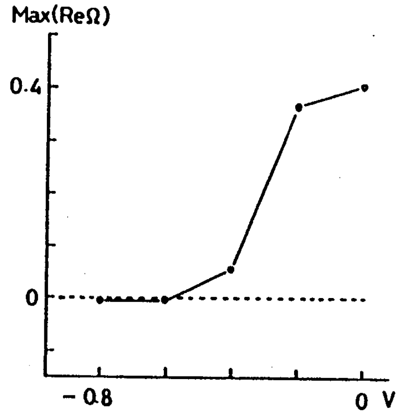

Fig.3　線形安定性解析の固有値。
m=2,Q=0.5,k=0.5。V<0ほど
安定化している。

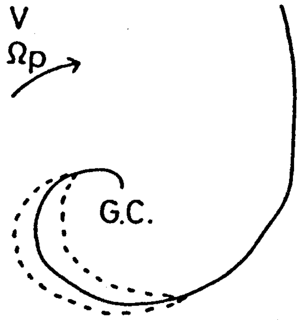

Fig.4

Fig.4　スパイラル解のlocalな
安定性。パターン回転系
からみている。

§4．Cowie&Rybickiのモデルとの比較

・重力以外のメカニズムで整ったスパイラルをつくるモデルとしては、他に Cowie&Rybicki(1982,C&Rと略)の "Galacto—Detonation Wave" モデルがある。反重力主義という点で我々と基本的考え方は似ているにもかかわらず、得られるスパイラルの構造、安定性は大きく異なる。そこで、簡単に紹介して比較を行いたい。

彼らのモデルは連鎖的星生成という考え方を基礎にしており、星形成という過程の波面がdetonation waveとしてHuygensの原理に従って伝搬すると考える。さらに銀河円盤の微分回転v(r)=const.が加わると、波面$\theta(r,t)$に対する方程式は

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{r}\left(V \pm \frac{a}{\sin i}\right) \quad \begin{matrix}(+)\text{wave} \\ (-)\text{wave}\end{matrix} \qquad (10)$$

ここで、aはdetonation waveの速度、iは波面のピッチ・アングルである(Fig.5)。(+)wave（(-)wave）は回転と同じ（逆の）方向に伝搬する場合を表す。V>aとして上式を$R_{min}<r<R_{max}$の間でシミュレートしたのがFig.6である。これはパターン回転系にのってみており、最終的には線の密度の濃いところ、すなわちQuasi—Stationary解（QS解）に落ち着く。この図からも予想されるように、(+)waveでは$r>>R_{min}$でアルキメデス・スパイラル、(-)waveでは$r<<R_{max}$で対数スパイラルというようにいろいろな形態のスパイラル構造が得られる。(10)はピッチ・アングル iで書き直すと準線形の双曲型方程式となり、特性曲線をもつ。この特性曲線を(r,t)面上で描いてみると、任意の初期条件から出発してもある時刻t_{crit}以上たつ

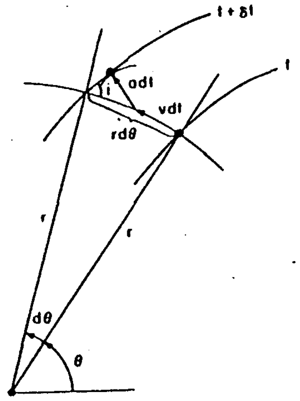

Fig.5

Fig.5 Cowie&Rybicki(C&R)の Galacto—Detonation Wave モデル。波面の伝搬は Huygensの原理と銀河円盤の回転とで決まる。

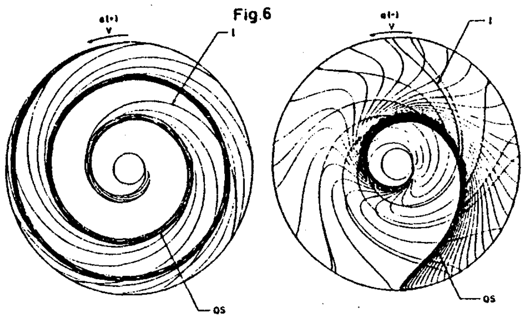

Fig.6 C&Rのモデルの解の例。R_{min} =1,R_{max} =8 左 (+)wave V=2,a=1 右 (-)wave V=6,a=1。 濃くなっているのが最終的なQuasi—Stationary解。

と初期の情報は全て境界から流れ出てしまい、必ずQS解が達成されることがわかる(Balbus 1984)。従って彼らのスパイラル解は強力に安定であるが、反面、任意に設定した境界 R_{min}、R_{max}が大きな役割を占め過ぎているとみることもできよう。Tableには比較をまとめておいた。

Table

	機構	解の存在	スパイラル	B.C.	安定性
Our Model	反応 + 拡散 + 微分回転	Q,V決めると kで連続的に 解がある	アルキメデス (r大)	r→∞ あまり重要 でない	Q,Vによっては安定 解存在しない
C&R Model	Huygens の原理 + 微分回転	a,V決めると 解はunique	アルキメデス 又は 対数	R_{min},R_{max} 非常に重要	必ず安定

§5．結論

1）星間物質系は、微分回転する銀河円盤上でも剛体回転する渦状腕構造を持つ

又、回転によりきつく巻き込まれるほど

2）パラメータ空間で解の存在領域が増え、

3）より安定な構造となる

特に、m>1解は微分回転によりはじめて安定化される

4）渦状腕の形態、安定性ともにCowie&RybickiのGalacto—Detonation Wave モデルとは大きく異なる。

References

Balbus, S.A. 1984, Ap.J., 277,550.

Cowie, L.L., and Rybicki, G.B. 1982, Ap.J., 260,504.

Hagan, P.S. 1982, SIAM J.Appl.Math., 42,762.

Kuramoto, Y. 1984, Chemical Oscillations,Waves,and Turbulence(Springer).

非粘性流体における相分離と不安定性

山口大・教育　古　川　　　浩

重力で相互作用している一様な気体は力学的に不安定である。この不安定は宇宙スケールで重要である。一方地上に目を転じてみると，臨界温度以下に急冷された水蒸気のような気体も不安定である。この不安定は熱力学的不安定と呼ばれるが力学的不安定と本質的な区別はない。

宇宙の構造形成に重力不安定が関与していることは疑いの余地がない。しかしそのメカニズムは明白ではない。本講演では相分離のダイナミックスと合せてこの問題をダイナミカルな観点から論じてみたい。

熱力学的不安定では自由エネルギーの高いところから低いところへ状態が向かう。多くの場合この不安定は表面張力によって引き起される。流体の相分離を例にとって議論してみよう。相分離ではある部分から他の部分へ物質が運ばれなければならない。その繰返しの結果が完全な相分離である。相分離の進み具合を表わす特徴的長さのスケールR（クラスターの半径等）は次の簡単な考察によって求めることが出来る。流体のある点に働く力はPを圧力として単位体積当り∇Pであり，この力を受けて流れる流体の慣性力はρを質量密度として単位体積当り$\rho(Du/Dt)$である。したがって

$$\rho\frac{Du}{Dt}=\nabla P. \tag{1}$$